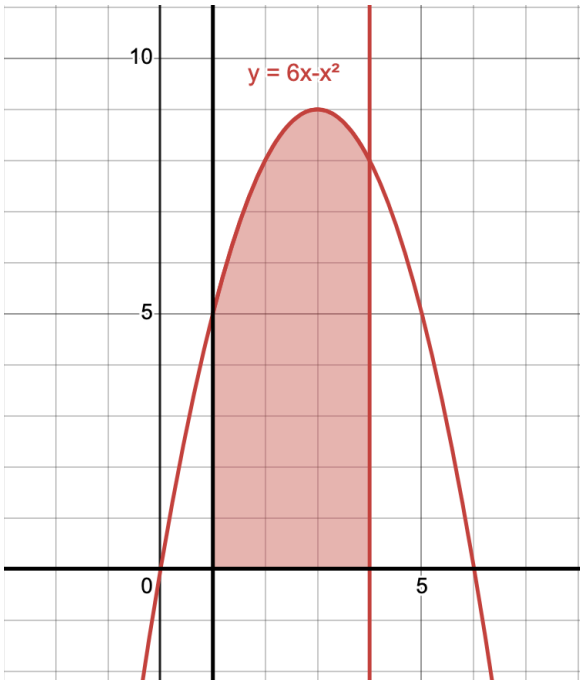
Tugas Kolaborasi Matematika Wajib dan TIK

Anggota Kelompok 6:
Elizabeth Eniola Laksmono XII-C1/11
Gizelle Chasya Danica XII-C1/16
Gregorius Eldrick Caine XII-C1/17
Jayden Damien Martin XII-C1/19

1. Berdasarkan gambar di bawah ini, hitunglah luas daerahnya!



Pembahasan:

Diketahui: $y = 6x - x^2$

$x = 1$

$x = 4$

Ditanya: L = …?

Jawab:

$$L = \int_1^4 (6x - x^2)\, dx$$

$$= \left[3x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_1^4$$

$$= \left(3(4)^2 - \frac{1}{3}(4)^3\right) - \left(3(1)^2 - \frac{1}{3}(1)^3\right)$$

$$= \left(48 - \frac{64}{3}\right) - \left(3 - \frac{1}{3}\right)$$

$= \frac{80}{3} - \frac{8}{3}$

$= \frac{72}{3}$

$= 24\ satuan\ luas$

2. Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh $y = x^2 - 4$ dan $y = x + 2$!

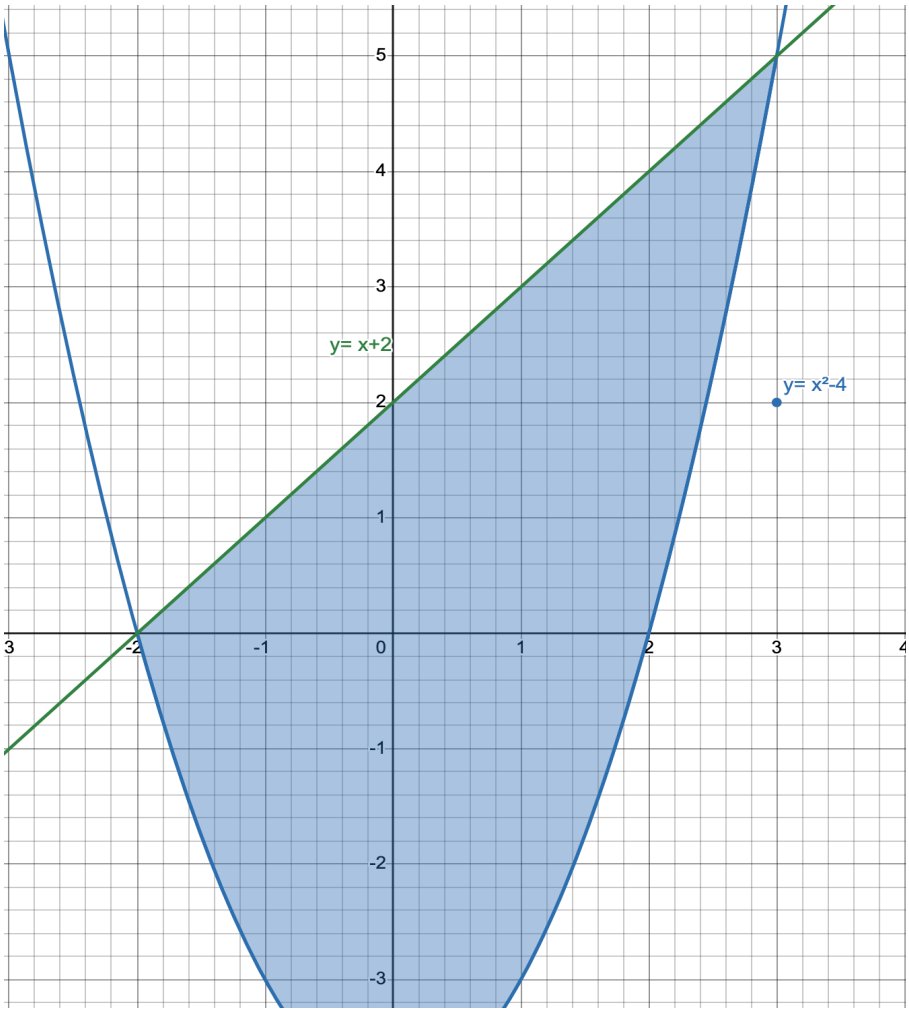
Pembahasan:

Diketahui: $y = x^2 - 4$

$y = x + 2$

Ditanya: L = …?

Jawab:



Titik potong:

$x^2 - 4 = x + 2$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x - 3)(x + 2) = 0$

$x = -2 \quad atau \quad x = 3$

Luas:

$$L = \int_{-2}^{3} ((x + 2) - (x^2 - 4))\, dx$$

$$= \int_{-2}^{3} (-x^2 + x + 6)\, dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 6x\right]_{-2}^{3}$$

$$= \left(-\frac{1}{3}(3)^3 + \frac{1}{2}(3)^2 + 6(3)\right) - \left(-\frac{1}{3}(-2)^3 + \frac{1}{2}(-2)^2 + 6(-2)\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{3}(27) + \frac{1}{2}(9) + 6(3)\right) - \left(-\frac{1}{3}(-8) + \frac{1}{2}(4) + 6(-2)\right)$$

$$= \left(-9 + \frac{9}{2} + 18\right) - \left(\frac{8}{3} + 2 - 12\right)$$

$$= 19 + \frac{9}{2} - \frac{8}{3}$$

$$= \frac{114 + 27 - 16}{6}$$

$$= \frac{125}{6}\ satuan\ luas$$

3. Fungsi permintaan suatu barang dinyatakan oleh $P = 50 - 2Q$. Jika harga keseimbangan pasar yang terjadi adalah $P_e = 30$, hitunglah besarnya surplus konsumennya!

Pembahasan:

Diketahui: P = 50 - 2Q

$P_e = 30$

Ditanya: C_s = …?

Jawab:

$P = 50 - 2Q$

$30 = 50 - 2Q_e$

$2Q_e = 20$

$Q_e = 10$

$$Cs = \int_{0}^{Q_e} (P - Pe)\, dQ$$

$$Cs = \int_{0}^{10} ((50 - 2Q) - (30))\, dQ$$

$$Cs = \int_{0}^{10} (20 - 2Q)\, dQ$$

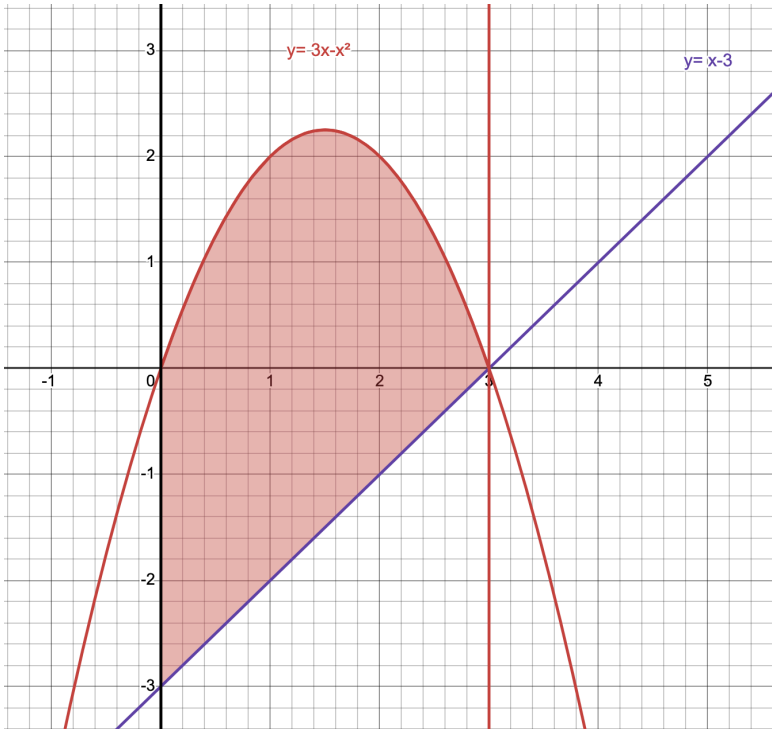
$$Cs = \left[20Q - Q^2\right]_0^{10}$$

$$Cs = \left(20(10) - 10^2\right) - \left(20(0) - 0^2\right)$$

$$Cs = 200 - 100$$

$$Cs = 100$$

4. Tentukan luas daerah dari gambar di bawah ini!



Pembahasan:

Diketahui: $y = 3x - x^2$

$y = x - 3$

$x = 0$

$x = 3$

Ditanya: L = …?

Jawab:

Titik potong:

$$3x - x^2 = x - 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \vee x = -1$$

Luas:

$$L = \int_0^3 ((3x - x^2) - (x - 3))\, dx$$
$$= \int_0^3 (-x^2 + 2x + 3)\, dx$$
$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x\right]_0^3$$
$$= \left(-\frac{1}{3}(3)^3 + (3)^2 + 3(3)\right) - 0$$
$$= \left(-\frac{1}{3}(27) + 9 + 3(3)\right)$$
$$= (-9 + 9 + 9)$$
$$= 9\ satuan\ luas$$

5. Hitunglah luas daerah total yang dibatasi oleh $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ dan sumbu X!

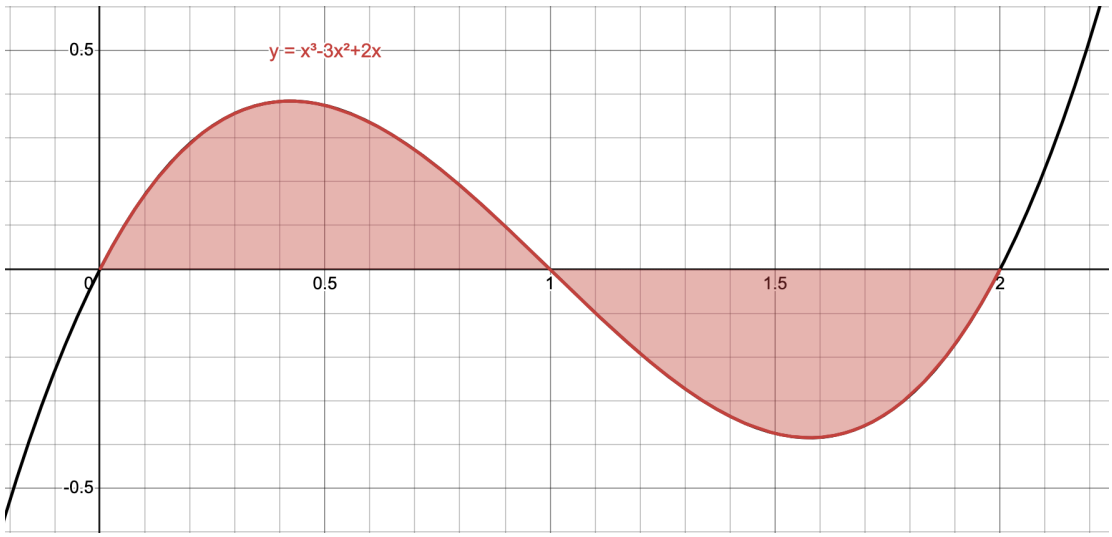
Pembahasan:

Diketahui: $y = x^3 - 3x^2 + 2$

$y = 0$

Ditanya: L = …?

Jawab:



Titik potong:

$x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

$x(x^2 - 3x + 2) = 0$

$x(x - 2)(x - 1) = 0$

$x = 0 \vee x = 2 \vee x = 1$

Luas:

L_1 [0,1]

$$L_1 = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2\right]_0^1$$

$$= \left(\frac{1}{4}(1)^4 - (1)^3 + (1)\right) - 0$$

$$= \frac{1}{4}\ satuan\ luas$$

L_2 [1,2]

$$L_2 = \int_1^2 0 - (x^3 - 3x^2 + 2x)\,dx$$

$$= -\int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x)\,dx$$

$$= -\left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2\right]_1^2$$

$$= -\left[\left(\frac{1}{4}(2)^4 - (2)^3 + (2)^2\right) - \left(\frac{1}{4}(1)^4 - (1)^3 + (1)^2\right)\right]$$

$$= -\left[\left(\frac{1}{4}(16) - (8) + (4)\right) - \left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right)\right]$$

$$= -(0 - \frac{1}{4})$$

$$= \frac{1}{4}\ satuan\ luas$$

$$L = L_1 + L_2$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}\ satuan\ luas$$

6. Fungsi penawaran suatu barang ditentukan oleh $P = Q^2 + 2Q + 5$. Jika harga keseimbangan yang berlaku adalah $P_e = 20$, tentukan besarnya surplus produsennya!

Pembahasan:

Diketahui: $P = Q^2 + 2Q + 5$

$P_e = 20$

Ditanya: $P_s = \ldots?$

Jawab:

$$P = Q^2 + 2Q + 5$$

$$20 = Q_e^{\ 2} + 2Q_e + 5$$

$$0 = Q_e^{\,2} + 2Q_e - 15$$
$$0 = (Q_e - 3)(Q_e + 5)$$
$$Q_e = 3 \vee Q_e = -5$$

(TM)

$$Ps = \int_0^{Q_e} (P_e - P)\,dQ$$
$$Ps = \int_0^{3} ((20) - (Q^2 + 2Q + 5))\,dQ$$
$$Ps = \int_0^{3} (-Q^2 - 2Q + 15)\,dQ$$
$$Ps = \left[-\tfrac{1}{3}Q^3 - Q^2 + 15Q\right]_0^{3}$$
$$Ps = \left(-\tfrac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 + 15(3)\right) - \left(-\tfrac{1}{3}(0)^3 - (0)^2 + 15(0)\right)$$
$$Ps = \left(-\tfrac{1}{3}(27) - 9 + 45\right) - 0$$
$$Ps = -9 - 9 + 45$$
$$Ps = 27$$